24. Найдите все значения a, при которых система $\begin{cases}(x-|y|-a)\cdot\lg(1-x)=0;\\ y=2-x^2\end{cases}$ имеет ровно 3 решения.

(А) $[-\frac{9}{4};-\sqrt{2}]$ (Б) $[-\frac{9}{4};-2]$ (В) $-\sqrt{2};-2$ (Г) $-\sqrt{2};-2;-\frac{9}{4}$ (Д) $-\frac{9}{4};-\sqrt{2}$

VII. (Задача 19)

25. Какое из чисел А–Д нельзя представить в виде произведения трех натуральных чисел, одно из которых простое, а два других — составные?

(А) 2^5 (Б) $2\cdot3\cdot4\cdot5$ (В) $2\cdot3^2\cdot5$ (Г) $6\cdot12$ (Д) 1000

26. Сколько существует пятизначных чисел, у которых среди любых трех подряд идущих цифр нет одинаковых?

(А) 9^5 (Б) 8^5 (В) $9^2\cdot8^3$ (Г) $9\cdot8^4$ (Д) $9^3\cdot8^2$

27. Назовем натуральное число n *богатым*, если сумма всех его натуральных делителей больше, чем $2n$. Например, число 12 является богатым: $1+2+3+4+6+12>24$. Каким не может быть богатое число?

(А) точным квадратом (Б) числом, кратным 2024
(В) больше миллиона (Г) степенью числа 3
(Д) каждое из свойств А—Г возможно

28. На столе стоит 30 тарелок, на каждой из которых лежит не более 30 булочек. Иногда в окно влетает Карлсон, выбирает несколько тарелок и съедает одинаковое количество булочек с каждой из них. За какое наименьшее число визитов Карлсон наверняка сможет съесть все булочки?

(А) 4 (Б) 5 (В) 6 (Г) 15 (Д) 30

Бланк с задачами после тестирования остается участнику на память. Рекомендуем отмечать в этом бланке свои ответы.

Правильные ответы и решения будут опубликованы на сайте mathkang.ru.

Индивидуальные рецензии можно получить в личном кабинете на сайте mathkang.ru, не дожидаясь поступления результатов в школу.

Каждый участник тестирования получает дополнительный подарок от наших партнеров: gift.mathkang.ru.

СМАРТ КЕНГУРУ
Всероссийский конкурс

Время, отведенное на решение задач, — 90 минут.
В каждой задаче среди ответов (А)–(Д) ровно один верный.

Смарт Кенгуру

Тест готовности к профильному ЕГЭ по математике

31 января 2024 г. **11 класс**

Задания теста сгруппированы в блоки в соответствии со структурой заключительной части профильного ЕГЭ по математике (задачи с полным решением). Каждое из этих заданий может быть одним из шагов для решения соответствующей задачи экзамена.

I. (Задача 13)

1. На каком из следующих интервалов лежит меньший корень уравнения $\lg^2 x-\lg x-2=0$?

(А) $(-2;0)$ (Б) $\left(0;\frac{1}{2}\right)$ (В) $\left(\frac{1}{2};1\right)$ (Г) $(1;3)$ (Д) $(3;+\infty)$

2. Решите уравнение $\cos 2x=\sin(x-\frac{\pi}{2})$.

(А) $\pi+2\pi k$ (Б) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$ (В) $\pi+2\pi k,\ \frac{\pi}{3}+2\pi k$
(Г) $\pi+2\pi k,\ \pm\frac{\pi}{6}+2\pi k$ (Д) $\pi+2\pi k,\ \pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$

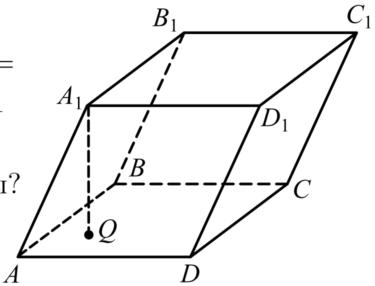
3. Сколько корней имеет уравнение $2^x=1+\cos x$ на интервале $(-10\pi;10\pi)$?

(А) 5 (Б) 6 (В) 10 (Г) 11 (Д) 20

4. Какой из интервалов целиком содержится в области определения функции $y=\sqrt{\cos 2x-\cos 4x}$?

(А) $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{4}\right)$ (Б) $\left(0;\frac{5\pi}{12}\right)$ (В) $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right)$ (Г) $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ (Д) $\left(\frac{7\pi}{8};\pi\right)$

II. (Задача 14) Все ребра параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равны 1, $\angle DAB=60°$, $\angle A_1AB=$ $=\angle A_1AD=45°$, точка Q — проекция вершины A_1 на плоскость ABC.



5. В какой паре прямые взаимно перпендикулярны?

(А) B_1C_1 и DC (Б) A_1D и BC (В) A_1B и DD_1
(Г) AA_1 и BD (Д) A_1B и AC

6. Найдите AQ.

(А) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (Б) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (В) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (Г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Д) $\sqrt{6}$

7. Найдите объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

(А) $\frac{1}{2}$ (Б) 1 (В) $\frac{1}{6}$ (Г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (Д) 2

8. Найдите синус угла между прямой BB_1 и плоскостью ABC.

(А) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (Б) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (В) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (Г) $\sqrt{6}$ (Д) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

III. (Задача 15)

9. Решите неравенство $\lg^2(x-3) < 4$.

(А) $(3{,}01; 103)$ (Б) $(3; 103)$ (В) $(3{,}01; +\infty)$ (Г) $(-\infty; 103)$ (Д) $(3; 5)$

10. Сколько целых чисел удовлетворяет неравенству $\dfrac{(3^x-2^x)(x+5)}{x^2-5x+6} < 0$?

(А) 2 (Б) 3 (В) 4 (Г) 6 (Д) бесконечно много

11. Какова длина промежутка, являющегося множеством решений неравенства $\sqrt{x+1} < \sqrt{3-x}$?

(А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) это бесконечный промежуток

12. Пусть $0 < a < b$. Какое из неравенств А–Д может не выполняться?

(А) $a+2 < b+3$ (Б) $2a < 3b$ (В) $\frac{2}{b+3} < \frac{3}{a+2}$

(Г) $a^2 < b^3$ (Д) $(a+2)^2 < (b+3)^3$

IV. (Задача 16)

13. Числитель дроби увеличили на 40%. На сколько процентов надо уменьшить знаменатель, чтобы получилась дробь в два раза больше исходной?

(А) 20% (Б) 30% (В) 40% (Г) 45% (Д) 50%

14. Дана возрастающая геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots$ Известно, что $b_3 = 2$, $b_7 = 8$. Найдите $b_1 + b_2 + \ldots + b_{100}$.

(А) $\frac{2^{100}-1}{\sqrt{2}-1}$ (Б) $\frac{2^{51}-1}{\sqrt{2}-1}$ (В) $(2^{49}-1)(\sqrt{2}-1)$

(Г) $(2^{50}-1)(\sqrt{2}+1)$ (Д) $(2^{50}-1)(\sqrt{2}-1)$

15. Винни-Пух пошел в магазин за медом. Цена одного горшочка — 1 фунт, но при покупке n горшочков ($n < 100$) покупатель получает скидку n%. Когда Винни вернулся домой, Кристофер Робин посмотрел на его покупку и сказал: «Глупенький мой мишка! Ты ухитрился заплатить наибольшую возможную сумму денег!» Сколько фунтов заплатил Винни-Пух?

(А) 10 (Б) 15 (В) 20 (Г) 25 (Д) 50

16. В январе Иван Иванович взял кредит S тыс. рублей на три года под 20% годовых. Первого мая начисляются проценты на остаток долга, а в июне Иван Иванович выплачивает часть долга. В первые два года он выплачивал по трети от остатка долга, а в последний год выплатил 2400 тыс. рублей и закрыл кредит. Найдите S.

(А) 1225 (Б) 1024 (В) 2000 (Г) 3125 (Д) 4000

V. (Задача 17) Дан треугольник ABC. Известно, что $AB = BC = 2$, $\angle B = 30^\circ$, AN и BP — высоты, точка K — середина стороны AB.

17. Найдите площадь треугольника APK.

(А) 2 (Б) 1 (В) $\frac{1}{2}$ (Г) $\frac{1}{4}$ (Д) $\frac{1}{8}$

18. Найдите AC.

(А) $2\sqrt{2-\sqrt{3}}$ (Б) $2\sqrt{3-\sqrt{3}}$ (В) $\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

(Г) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (Д) $\sqrt{5+2\sqrt{3}}$

19. Найдите $\angle KNP$.

(А) 30° (Б) 45° (В) 60° (Г) 75° (Д) 90°

20. Какой из четырехугольников А—Г вписанный?

(А) $AKNC$ (Б) $KBCP$ (В) $KBNP$ (Г) $ABNP$ (Д) ни один из А—Г

VI. (Задача 18)

21. Назовем квадратный трехчлен $x^2 + bx + c$ *удивительным*, если числа b и c различны и являются его корнями. Сколько существует удивительных квадратных трехчленов?

(А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 3 (Д) 4

22. При каких значениях параметра a решение неравенства $\dfrac{x-a}{x-5} > 0$ включает интервал $(7; 8)$?

(А) $(-\infty; 7)$ (Б) $(-\infty; 7]$ (В) $(-\infty; 7]; [8; +\infty)$ (Г) $(-\infty; 8]$ (Д) $[7; +\infty)$

23. Какое из уравнений А–Г при некотором значении параметра a имеет единственный корень?

(А) $x \sin ax = \frac{1}{2}$ (Б) $\lg x^2 = a$ (В) $2^{|2x-3|} = a$ (Г) $a \sin x = 1$ (Д) никакое