24. Найдите все положительные значения a, при которых система
$$\begin{cases}\sqrt{(x+1)(4-x)}\cdot(x^2+(y-2)^2-a^2)=0;\\ y=x+1\end{cases}$$
имеет ровно 3 решения.

(А) $\frac{\sqrt{2}}{2};\left[\sqrt{5};5\right)$ (Б) $\frac{\sqrt{2}}{2};\left[\sqrt{5};+\infty\right)$ (В) $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};5\right]$

(Г) $\left(\sqrt{5};5\right)$ (Д) $\frac{\sqrt{2}}{2};\left(\sqrt{5};5\right)$

VII. (Задача 19)

25. При каком наименьшем натуральном k дробь $\dfrac{200^k}{20^{26}}$ является целым числом?

(А) 12 (Б) 13 (В) 14 (Г) 18 (Д) 26

26. Натуральные числа a, b, c таковы, что $ab=2^4\cdot3^5\cdot5^2$, $ac=2^5\cdot3^2\cdot5^3\cdot7$. Какое наименьшее значение может принимать произведение abc?

(А) $2\cdot3\cdot5\cdot7$ (Б) $2^5\cdot3^5\cdot5^3\cdot7$ (В) $2\cdot3^2\cdot5^2\cdot7$

(Г) $2^4\cdot3^3\cdot5$ (Д) $2^9\cdot3^3\cdot5^5\cdot7$

27. Среди шести цифр, которыми записываются трехзначные числа A и $A+1$, есть ровно три тройки и ровно одна девятка. Сколько всего таких чисел A?

(А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 3 (Д) 4

28. По кругу выписаны 1007 целых ненулевых числа таких, что каждое число больше произведения двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди выписанных?

(А) 336 (Б) 503 (В) 504 (Г) 672 (Д) 1007

Бланк с задачами после тестирования остается участнику на память. Рекомендуем отмечать в этом бланке свои ответы.

Правильные ответы и решения будут опубликованы на сайте mathkang.ru.

Индивидуальные рецензии можно получить в личном кабинете на сайте mathkang.ru, не дожидаясь поступления результатов в школу.

mathkang.ru t.me/mathkang vk.com/mathkang

СМАРТ КЕНГУРУ Всероссийский конкурс

Время, отведенное на решение задач, — 100 минут.
В каждой задаче среди ответов (А)–(Д) ровно один верный.

СМАРТ КЕНГУРУ

Тест готовности к профильному ЕГЭ по математике

12 февраля 2026 г. **11 класс**

Задания теста сгруппированы в блоки в соответствии со структурой заключительной части профильного ЕГЭ по математике (задачи с полным решением). Каждое из этих заданий может быть одним из шагов для решения соответствующей задачи экзамена.

I. (Задача 13)

1.Чему равно произведение корней уравнения $\cos^2 2x=\frac{1}{2}$, лежащих на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$?

(А) 0 (Б) $\frac{3\pi^2}{16}$ (В) $\frac{\pi^2}{18}$ (Г) $\frac{3\pi^2}{64}$ (Д) $\frac{\pi^3}{36}$

2. Какой из интервалов целиком содержится в области определения функции $y=\dfrac{\cos x}{\sqrt{1-2\sin x}}$?

(А) $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ (Б) $\left(\frac{2\pi}{3};2\pi\right)$ (В) $\left(-\pi;\frac{\pi}{5}\right)$ (Г) $\left(\pi;\frac{5\pi}{3}\right)$ (Д) $\left(-\frac{4\pi}{3};0\right)$

3. Сколько корней уравнения $\cos(2x+3)=\frac{1}{2}$ лежит на интервале $(-3;2)$?

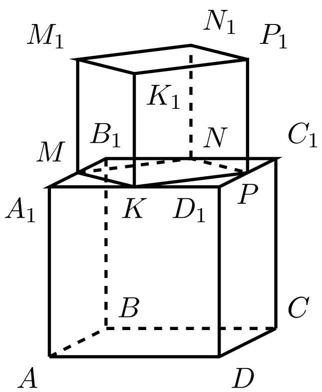
(А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) 5

4. Сколько корней уравнения $\sin 2x+1=\sin x+\cos x$ лежит на отрезке $[-\pi;3\pi]$?

(А) 2 (Б) 3 (В) 4 (Г) 6 (Д) 8

II. (Задача 14)

Куб $KMNPK_1M_1N_1P_1$ стоит на кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$, причем вершины K, M, N, P — середины ребер A_1D_1, A_1B_1, B_1C_1 и C_1D_1 соответственно. Известно, что $AB=2$.



5. Найдите A_1P_1.

(А) $\sqrt{6}$ (Б) $\sqrt{7}$ (В) $2\sqrt{2}$ (Г) $2\sqrt{3}$ (Д) 3

6. Какая из прямых перпендикулярна прямой AN_1?

(А) K_1N_1 (Б) P_1M_1 (В) BN

(Г) D_1M (Д) B_1C

7. Найдите объем пирамиды ANP_1N_1.

(А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (Б) $\sqrt{2}$ (В) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (Г) 2 (Д) $3\sqrt{2}$

8. Найдите синус угла между прямой AK и плоскостью P_1N_1N.

(А) $\frac{1}{2}$ (Б) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (В) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (Г) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (Д) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

III. (Задача 15)

9. Решите неравенство $\lg^2 x - \lg x - 2 < 0$.

(А) $(100; +\infty)$ (Б) $(0; 0{,}1); (100; +\infty)$ (В) $(0{,}01; 10)$
(Г) $(0{,}1; 100)$ (Д) $(-\infty; 0{,}1); (100; +\infty)$

10. Решите неравенство $\dfrac{x^2 - x - 6}{\sqrt{64 - x^2} \cdot (x - 4)} \geqslant 0$.

(А) $(-2; 3); (4; 8)$ (Б) $[-2; 3]; (4; 8)$ (В) $[-2; 3]; [4; 8]$
(Г) $(-8; -2]; [3; 4)$ (Д) $[-2; 3]; (4; +\infty)$

11. Сколько целых чисел удовлетворяет неравенству $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-4} > 4^{x-2}$?

(А) 2 (Б) 3 (В) 4 (Г) 5 (Д) бесконечно много

12. При каких x и y найдется такое a, что выполняются неравенства $a < x < a^4 < y < a^2$?

(А) $x = 0,\ y = 1$ (Б) $x = -1,\ y = \frac{1}{2}$ (В) $x = 0,\ y = \frac{1}{2}$
(Г) $x = -1,\ y = 1$ (Д) $x = 1,\ y = 2$

IV. (Задача 16)

13. В школе 7% от числа девочек равно 3% от числа мальчиков. Сколько процентов учеников в школе составляют девочки?

(А) $\frac{3}{7}$ (Б) $\frac{7}{3}$ (В) 10 (Г) 30 (Д) 70

14. В арифметической прогрессии сумма первого, третьего и восьмого членов равна 24. Чему равен четвертый член этой прогрессии?

(А) 12 (Б) 8 (В) 6 (Г) 4 (Д) 3

15. Имеется 10 шариков: 8 тяжелых и 2 легких, 7 белых и 3 черных. При каком наименьшем N среди случайно выбранных N шариков обязательно есть тяжелый белый шарик?

(А) 3 (Б) 4 (В) 5 (Г) 6 (Д) 7

16. Гарри Поттер положил в банк Гринготтс 100 галеонов. Каждый месяц к сумме на счете добавляется 50%, а затем Гарри Поттер снимает со счета n галеонов. Когда Гарри пришел снимать деньги в третий раз, на его счете было не меньше 200 галеонов. Какое наибольшее количество галеонов мог снимать Гарри ежемесячно?

(А) 29 (Б) 30 (В) 35 (Г) 36 (Д) 37

V. (Задача 17)

В треугольнике ABC окружность, построенная на стороне AC как на диаметре, делит среднюю линию KM, параллельную AC, точками P и Q на три отрезка KP, PQ, QM, относящиеся как $2:4:3$. Известно, что $AC = 36$.

17. Найдите PQ.

(А) 4 (Б) 6 (В) 8 (Г) 16 (Д) 18

18. Найдите высоту PH треугольника APC.

(А) $2\sqrt{77}$ (Б) 18 (В) $4\sqrt{77}$ (Г) $6\sqrt{7}$ (Д) $4\sqrt{22}$

19. Найдите площадь треугольника KMC.

(А) $77\sqrt{18}$ (Б) $36\sqrt{77}$ (В) $18\sqrt{77}$ (Г) $72\sqrt{22}$ (Д) 324

20. Найдите $\sin\angle PQA$.

(А) $\frac{\sqrt{77}}{36}$ (Б) $\frac{\sqrt{14}}{12}$ (В) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (Г) $\frac{\sqrt{14}}{6}$ (Д) $\frac{\sqrt{21}}{6}$

VI. (Задача 18)

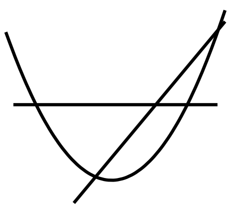
21. Найдите все значения a, при которых прямые $y = ax + 2$ и $y = 3x - 1$ пересекаются в I четверти (оси координат не принадлежат четвертям).

(А) $(-\infty; 3)$ (Б) $(-2; 3)$ (В) $(-2; +\infty)$ (Г) $(-6; +\infty)$ (Д) $(-6; 3)$

22. Найдите все значения a, при которых прямая $y = ax$ пересекает правую ветвь параболы $y = \frac{1}{10}(x-1)^2 - 2$ (вершина параболы принадлежит обеим ветвям).

(А) $(-\infty; -2]$ (Б) $[-1; +\infty)$ (В) $[1; +\infty)$ (Г) $[-2; +\infty)$ (Д) $[-2; 2]$

23. На координатной плоскости нарисовали прямые $y = 2$, $y = 2x$ и параболу $y = x^2 + bx + c$. Потом координатные оси стерли (см. рисунок). Какое из следующих соотношений возможно?



(А) $c = 3$ (Б) $b + c > 1$ (В) $b = -2$
(Г) $b^2 < 4c - 9$ (Д) $b + c < -2$