

АНАЛОГИИ.

Как узнать, кто вы – физик или математик? Предлагается решить простейшую задачу: вскипятить воду, если дано: газовая плита, кран с водой, спички. В этом случае действия физика и математика полностью совпадают. Другая задача: вскипятить воду, если дано: все то же самое, но чайник с водой и газ включен. Что сделает физик? Просто поставит чайник на огонь. Что сделает математик? Выключит газ и выльет воду из чайника, чтобы свести задачу к предыдущей, уже решенной!

Из сборника "Физики шутят."

Многие задачи можно решить проще, если их переформулировать или, другими словами, свести к другой задаче, уже решенной. Среди следующих задач найдите аналогичные.

1. На чудо-дереве растет 30 апельсинов и 25 бананов. Каждый день садовник снимает с дерева ровно два фрукта. Причем, если он снимает одинаковые фрукты, то на дереве появляется новый банан, а если разные – новый апельсин. В конце концов на дереве останется один фрукт. Какой?
2. На доске написаны 30 единиц и 25 нулей. За один ход можно стереть любые два числа и, если они были одинаковые, то приписать к оставшимся 0, а если разными, то 1. Мож-но ли за несколько ходов добиться того, чтобы на доске осталась ровно одна единица?
3. На столе в ряд выставлены 11 шашек. Дима и Ваня по очереди забирают либо одну шашку, либо две рядом стоящие. Выигрывает тот, кто заберет последнюю. Начинает Дима. Кто выиграет при правильной игре?
4. Имеется две кучки 9 камней и 10 камней. За один ход можно взять сколько угодно камней из любой (но только одной) кучки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
5. На бумаге нарисованы шесть точек. Каждые две из них соединены либо красным отрезком, либо синим. Докажите, что найдется либо красный треугольник с вершинами в нарисованных точках, либо синий.
6. На доске выписаны все числа от 1 до 2019. Настя расставляет между ними знаки «+» и «-». Она хочет расставить их так, чтобы в результате получился ноль. Сможет ли она это сделать?
7. На прямой отметили несколько точек. После этого между каждыми двумя соседними точками отметили еще по точке. Такое «уплотнение» повторили еще дважды (всего три раза). В результате на прямой оказалось отмечено 4009 точек. Сколько точек было отмечено первоначально?
8. На шахматной доске размером 10x11 в левом нижнем углу стоит ферзь. Двое по очереди ходят им вверх, право или вверх-вправо по диагонали (влево и вниз ходить не разрешается). Выигрывает тот, кто первым поставит ферзя в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?
9. После обеда Глеб вышел из столовой и решил двигаться вдоль некоторой прямой. Сначала он переместился на 1 шаг в какую-то сторону, затем на два шага, потом на 3 и т.д. Сможет ли Глеб, сделав в очередной раз 2019 шагов, вернуться в начальную точку?
10. На доске написаны 11 минусов. За один ход можно исправить либо один либо два соседних минуса на плюсы. Двое ходят по очереди. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
11. Среди шести бульбозавров любые два могут договориться друг с другом на одном из двух языков: на бульбо-языке или на завро-языке. Докажите, что найдутся три бульбозавра, говорящих на одном и том же языке.
12. У ромашки 12 лепестков Маша с Наташей по очереди отрывают либо один лепесток, либо два соседних. Выигрывает тот, кто сорвет последний лепесток. Начинает Маша. Кто выигрывает при правильной игре?
13. На шахматной доске размером 10x11 в левом нижнем углу стоит ладья. Двое по очереди ходят ею вверх или право (влево и вниз ходить не разрешается). Выигрывает тот, кто первым поставит ладью в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?

14. Докажите, что среди любых шести человек всегда найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.
15. У фальшивомонетчиков Гоги и Сереги есть 2019 монет номиналом от 1 до 2019 центов. Они хотят так поделить монеты, чтобы номинальная сумма центов у обоих была одинакова.
16. Имеется две кучки 9 камней и 10 камней. За один ход можно взять сколько угодно камней из любой кучки или по одинаковому числу камней из каждой кучки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
17. В буфете после городской олимпиады выстроилась очередь за бутербродами. Бутерброды задерживались, и в каждый промежуток между стоящими успело влезть по человеку. Бутерброды все еще не начали выдавать, и во все промежутки опять влезло по человеку. Тут наконец принесли 2005 бутербродов, и всем стоящим досталось по одному. Сколько человек стояли в очереди первоначально?
18. Во дворце фараона Тутанхамона каждая комната имеет одну дверь, через которую можно войти в эту комнату и две двери, через которые можно выйти, попав в другую комнату. Спустя много лет ученые откопали этот дворец и вошли в единственный вход. После чего они обошли все комнаты и обнаружили, что 13 дверей открыть нельзя. Сколько комнат они обошли?
19. В одной пещере живут шесть гномов. Каждый день каждые два из них либо ссорятся либо снова мирятся. Докажите, что в любой день найдутся либо трое попарно помирившихся гнома, либо трое попарно поссорившихся.
20. У Гоши есть 2019 стальных шариков весом от 1г до 2019г. Он пытается разложить их на две чашки весов так, чтобы весы оказались в равновесии. Сможет ли он это сделать?
21. Петя с папой пошли в тир. Уговор был такой: Петя делает 5 выстрелов, а за каждое следующее попадание он получает право сделать ещё два. Всего было сделано 45 выстрелов. Сколько раз Петя попал в цель?
22. Сколько упорядоченных наборов можно составить из семи цифр, если использовать только нули и единицы?
23. На столе стоят семь стаканов, перевернутых вверх дном. Разрешается выбрать четыре любых стакана и перевернуть их (т.е. если стакан стоял вверх дном, то он перейдет в нормальное состояние, а если он был в нормальном состоянии, то переворачивается вверх дном). Можно ли при помощи таких операций добиться того, чтобы все стаканы стояли в нормальном состоянии?
24. Можно ли прямоугольник 6×10 разрезать на прямоугольники 1×4 ?
25. В большой коробке лежит 5 коробок меньшего размера, в этих пяти коробках вложены ещё коробки так, что в каждой коробке кроме большой либо лежит две коробки, либо ничего не лежит. Всего 45 коробок. Во скольких коробках лежит по две коробки?
26. Докажите, что числа от 40 до 99 нельзя разбить на группы по 4 числа так, чтобы числа каждой группы в одном разряде совпадали, а цифры другого разряда шли бы подряд (например (54, 55, 56, 57); (44, 54, 64, 74)).
27. Болельщик «Спартака», имея два ведра с краской (красной и белой) хочет покрасить забор из семи досок. Сколькими способами он сможет это сделать?
28. На доске написаны семь чисел -1 . Разрешается выбрать четыре любых числа и каждое умножить на -1 (при этом вместо этих чисел записывается результат умножения). Можно ли с помощью таких операций добиться того, чтобы на доске было записано семь единиц?