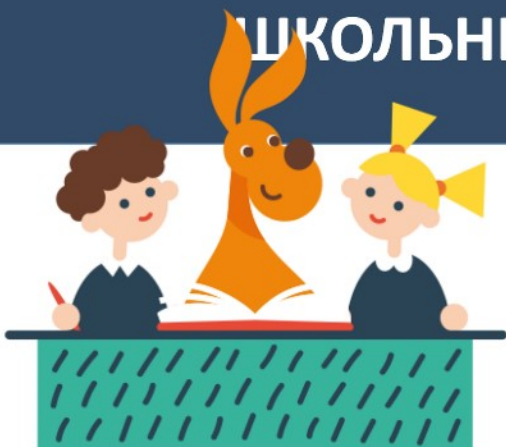


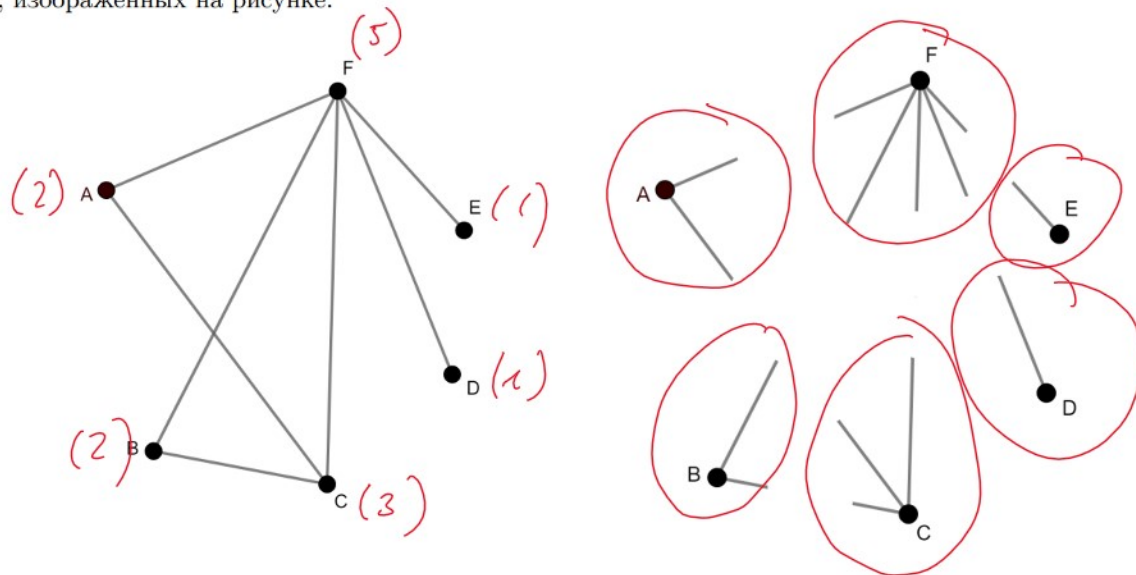
Онлайн-конференция “Дополнительное математическое образование в школе”. 28-29 марта 2024 года.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ В РАМКАХ ШКОЛЬНЫХ УРОКОВ АЛГЕБРЫ



Леонид Попов, главный методист Тинькофф.Образования, экс-тренер сборной Москвы на ВСОШ по математике.

Рассмотрим граф, изображённых на рисунке.



$$2 + 5 + 1 + 1 + 3 + 2 = 16$$
$$16 : 2 = 8$$

В государстве есть 21 город: 10 малых городов, 10 средних городов и столица. Меж-

В государстве есть 21 город: 10 малых городов, 10 средних городов и столица. Между городами построено 25 дорог. Известно, что из каждого малого города выходит ровно по одной дороге, а из каждого среднего — ровно по две. Сколько дорог может выходить из столицы?

Решение. Рассмотрим граф: пусть вершины графа — это города государства. Будем соединять две вершины ребром, если два соответствующих города соединены дорогой.

Пусть x — степень вершины «Столица».

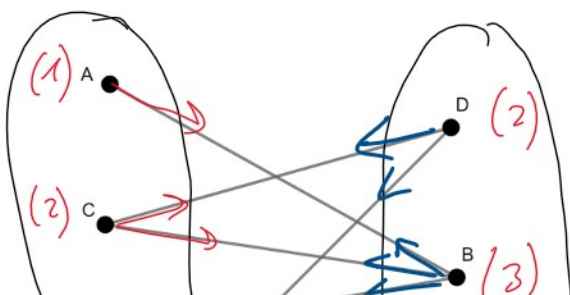
$$\frac{\underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{10 \text{ раз}} + x}{2} = 25$$

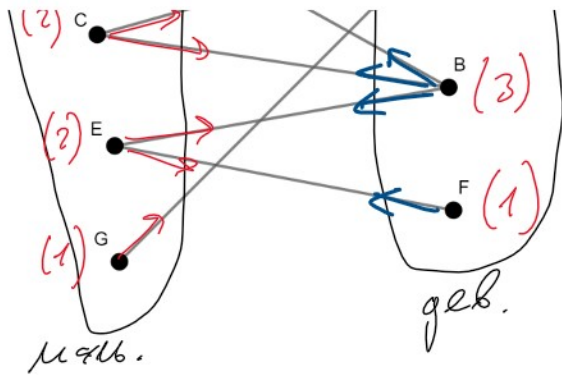
$$\frac{\overbrace{2 + 2 + \dots + 2}^{10 \text{ вершин}} + \overbrace{1 + 1 + \dots + 1}^{10 \text{ вершин}} + x}{2} = 25;$$

$$\frac{30 + x}{2} = 25;$$

$$\underline{x = 20.}$$

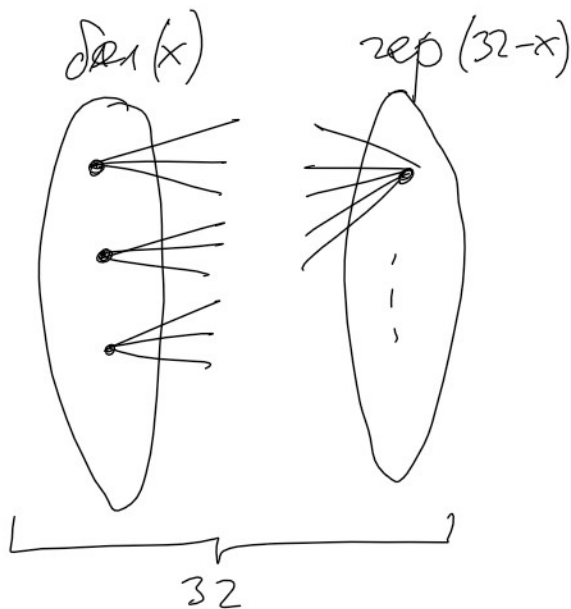
Двунаправленный граф





$$1 + 2 + 2 + 1 = \begin{matrix} \text{одна} \\ \text{ка-то} \\ \text{рёбер} \end{matrix} = 2 + 3 + 1$$

Футбольный мяч шит из 32 лоскутов: белых **шестиугольников** и чёрных **пятиуголь-**
ников. Каждый лоскут **чёрного цвета граничит только с лоскутами белого цвета**, а
 каждый **белый** — с **тремя чёрными** и **тремя белыми**. Сколько в футбольном мяче
 лоскутов белого цвета?



Пусть x — количество вершин в первой доле (количество шестиугольников). Тогда $(32 - x)$ — количество вершин во второй доле (количество пятиугольников). Запишем формулу подсчёта рёбер двудольного графа

$$\underbrace{x \text{ шестиугольников}}_{3 + 3 + \dots + 3} = \underbrace{(32 - x) \text{ пятиугольников}}_{5 + 5 + \dots + 5};$$

$$3x = 5(32 - x);$$

$$3x = 160 - 5x$$

$$\overbrace{3 + 3 + \dots + 3}^{x \text{ шестиугольников}} = \overbrace{5 + 5 + \dots + 5}^{(32-x) \text{ пятиугольников}}$$

$$3x = 5(32 - x);$$

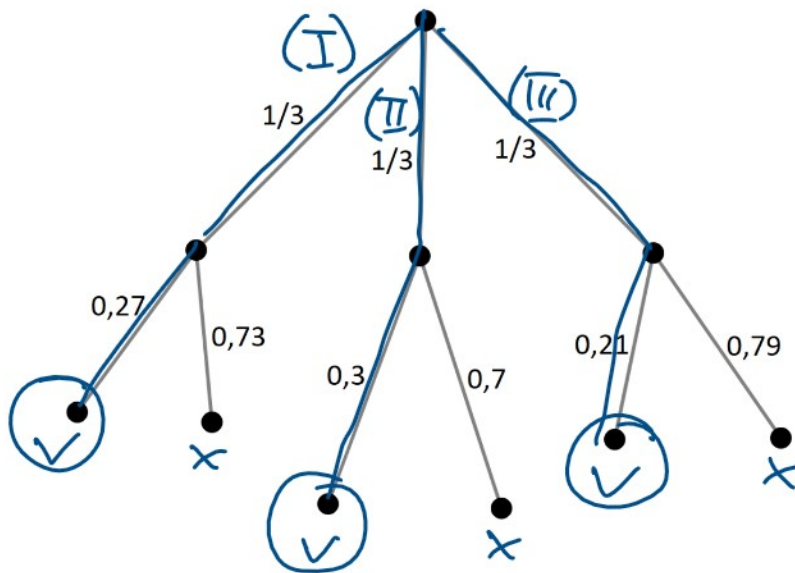
$$3x = 160 - 5x;$$

$$8x = 160;$$

$$x = 20.$$

$$32 - x = 12.$$

Учитель составил три варианта контрольной работы. Вероятность написать первый вариант на пятёрку равна 0,27; вероятность написать второй вариант на пятёрку — 0,3; вероятность написать третий вариант на пятёрку — 0,21. Найдите вероятность получения пятёрки за контрольную работу, если известно, что учитель напечатал одинаковое количество экземпляров каждого варианта.



Теперь уже нетрудно посчитать вероятность получения пятёрки.

$$\frac{1}{3} \cdot 0,27 + \frac{1}{3} \cdot 0,3 + \frac{1}{3} \cdot 0,21 = 0,09 + 0,1 + 0,07 = \underline{0,26}.$$